落下法則ー古典力学の誕生と数学

ガリレオの落下法則の定式化は，いうまでもなく，自然現象に対して数学的分析を加えた最初の試みともいうべき試みであり，それ以後の物理学，さらには近代科学の方法論的モデルとなった．ガリレオの落下法則は，ホイヘンスやニュートンらの加速運動の数学的分析の出発点となり，その一般化として遠心力や中心力の理論が展開されたのである．だが同時に，彼らの数学的技法はガリレオのものではなく，ホイヘンスは，ガリレオの証明を自らの技法によって書き換えていったのだった．

１．ガリレオー『新科学論議』における落下法則の証明

ガリレオは『新科学論議』（1638）において，一様加速運動の定義から，最初の２つの定理によって落下法則ー t^2 法則＝通過距離は通過時間の平方に比例するーを数学的に導出している．定理 1 において一様加速運動を等速運動に還元し，それから定理２において t^2 規則を導出していた．定理 1 は「中間速度定理」と呼ばれ，中世の「マートン規則」の影響を受けたものとしばしばみなされてきたが，その証明には，彼が加速運動を数学的に扱う際に抱えていた問題が反映されている．彼は一様加速運動における瞬間的速度すなわち「速さの度合」を数学的には「不可分者」（indivisibilis）の概念によって表現しているが，この概念によっては「速さの度合」を距離と数学的に十分には関係づけることができなかったのである．

２．ホイヘンスー『振子時計』における落下法則と遠心力

2.1　遠心力の導出

ホイヘンスは，遠心力が速度の平方に比例し，半径に反比例することを導出したことで知られているが，その過程の出発点は，落下法則であった．彼は，微小時間における，円運動を行う物体の，直線からの逸れは，時間の２乗に比例することから，物体には，落下運動のように一定の力が働いていると考えた．そして，遠心力の大きさを，落下運動の際に働く力すなわち重力との比較によって評価しようと試みた．

2.2　『振子時計』における落下法則の証明

『振子時計』は，サイクロイド振子の等時性を証明したことで知られるが，そこでの議論の出発点はやはり落下法則だった．しかしホイヘンスはガリレオの証明には満足せず,, 古代ギリシア幾何学の方法に従った区分求積法を用いて証明した．落下時間を多数の時間間隔に等分し，その間では，速度は一定であるとみなし，等速運動と仮定すると，通過距

離は長方形の面積によって表される．さらに彼は背理法を用いて，分割を増やしていったときには，両方の面積は三角形の面積に無限に近づくことを導く．このとき，三角形の面積は一様加速運動による通過距離を表すことになる．このようなホイヘンスの証明こそ我々が慣れている一様加速運動の通過距離の導出に他ならないのである．

３．ニュートン―『プリンキピア』における中心力の理論

3.1　加速運動の数学的取り扱い

ニュートンは,『プリンキピア』において，３つの運動方程式と万有引力によって，惑星の軌道運動から地上の物体の落下運動まで，物体の運動を統一的に説明したことが知られている．しかし彼が実際に物体の加速運動を扱った際には，各座標に対して運動方程式を立て，それを積分することによって軌道を求めたわけではなく，出発点となったのはガリレオの落下法則だった．物体に働く運動力が変化するものであっても，微小時間においては力は不変であるとみなされるので，運動は一様加速運動となり，ガリレオの落下法則が成り立つのである．すなわち微小時間 dt における通過距離 ds は $ds \propto (dt)^2$ d となるのである．

3.2　極限概念「最初と最後の比」

しかしニュートンは，ガリレオが用いた「不可分者」の方法は用いないと明確に述べ,「最初と最後の比」という一種の極限概念を用いて議論を進めていた．いうまでもなく，彼はライプニッツと並ぶ微積分学の発見者であるが,『プリンキピア』では伝統的な幾何学的表現で書かれており，彼の「流率法」は用いられていなかった．彼以後の力学の第一の課題は,『プリンキピア』の成果を微積分学の解析的表現によって書き換えることだった．

４．結論

以上のように，ホイヘンスの遠心力の導出，ニュートンの万有引力下の運動の理論は，ガリレオの一様加速運動の理論の一般化として捉えることができる．このような力学の歴史記述は，18 世紀の中頃のダランベールや後半のラグランジュに見られ，当時としては一般的なものだったと考えられる．

		力の大きさ	力の方向
ガリレオ	重力	一定	一定
ホイヘンス	遠心力	一定	変化（ある定点から離れる）
ニュートン	万有引力	変化	変化（ある定点に向かう）